



Theoretische Informatik – Übung Gruppe 4

Roman Langrehr

Aufgabe 27

Sei E3SAT die Menge aller KNF-Formeln mit genau drei Literalen paarweise unterschiedlicher Variablen pro Klausel, die eine erfüllende Belegung haben. Zeigen Sie $3\text{SAT} \leq_p \text{E3SAT}$.

NP-Vollständigkeit

Aufgabe

Sei DREIFACH-SAT die Menge aller KNF-Formeln, die mindestens drei erfüllende Belegungen haben. Zeige das DREIFACH-SAT NP-vollständig ist.

Rekursiv (aufzählbare) Sprachen

Aufgabe

Seien L_1, L_2 *disjunkte* rekursiv aufzählbare Sprachen und $L := L_1 \cup L_2$ sei rekursiv. Beweise, dass dann auch L_1 und L_2 rekursiv sind.

Grammatiken

Eine Grammatik ist ein 4-Tupel $G = (\Sigma_N, \Sigma_T, P, S)$ wobei

- Σ_N : Nichtterminalalphabet (“Temporäre Arbeits-Symbole”)
 - Konvention: Großbuchstaben
- Σ_T mit $\Sigma_N \cap \Sigma_T$: Terminalalphabet (“Eigentliche Symbole”)
 - Konvention: Kleinbuchstaben
- $P \subseteq (\Sigma_N \cup \Sigma_T)^* \Sigma_N (\Sigma_N \cup \Sigma_T)^* \times (\Sigma_N \cup \Sigma_T)^*$: Endliche Menge von Produktionen
 - Übliche Notation: $aXbY \rightarrow cYXa$
- $S \in \Sigma_N$: Startsymbol

Ableitungen: $w \Rightarrow w'$ ($w, w' \in (\Sigma_N \cup \Sigma_T)^*$), bedeutet dass das Anwenden einer Produktionsregel auf ein Teilwort von w das Wort w' ergibt. Die von G erzeugte Sprache ist

$$L(G) = \{w \in \Sigma_T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$$

Grammatiken

Aufgabe

Gegeben die Grammatik $G = (\{S, B\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow aBa \mid aSa, \\ B \rightarrow aBa \mid b\}$$

- b) Gebe eine Ableitung für das Wort *aabaa* an.
- c) Welche Sprache wird von G erzeugt?
- d) Eine der Produktionen ist überflüssig. Welche?

Grammatiken

Aufgabe

Gegeben die Grammatik $G = (\{S, B\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow aBa \mid aSa, \\ B \rightarrow aBa \mid b\}$$

- b) Gebe eine Ableitung für das Wort $aabaa$ an. $S \Rightarrow aSa \Rightarrow aaBaa \Rightarrow aabaa$
- c) Welche Sprache wird von G erzeugt? $L(G) = \{a^n ba^n \mid n \in \mathbb{N}_+\}$
- d) Eine der Produktionen ist überflüssig. Welche? $B \rightarrow aBa$ oder $S \rightarrow aSa$

Grammatiken

Aufgabe

Welche Sprache wird von der Grammatik $G = (\{S, B\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow aSa, \\ B \rightarrow b\}$$

erzeugt?

Grammatiken

Aufgabe

Welche Sprache wird von der Grammatik $G = (\{S, B\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow aSa, \\ B \rightarrow b\}$$

erzeugt?

$$L(G) = \emptyset$$

Grammatiken

Aufgabe

Welche Sprache wird von der Grammatik $G = (\{S, B, X\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow aBa \mid aSa \mid X,$$

$$B \rightarrow b,$$

$$X \rightarrow X\}$$

erzeugt?

Grammatiken

Aufgabe

Welche Sprache wird von der Grammatik $G = (\{S, B, X\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$\begin{aligned}P = \{ & S \rightarrow aBa \mid aSa \mid X, \\ & B \rightarrow b, \\ & X \rightarrow X\}\end{aligned}$$

erzeugt?

$$L(G) = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}_+\}$$