Theoretische Informatik – Übung Gruppe 4

Roman Langrehr

Aufgabe 19

Beweisen Sie die beiden folgenden Aussagen.

(a) $L_{\mathrm{H}}^{\complement}$ ist nicht rekursiv aufzählbar.

(b) $L'_{\mathrm{diag}} \leq_{\mathrm{R}} L_{\mathrm{H}}$, wobei

$$L'_{\mathrm{diag}} = \{\, w \in \{0,1\}^* \mid w = w_{2i} \text{ für ein } i \in \mathbb{N} \text{ und } M_i \text{ akzeptiert } w \text{ nicht} \,\}.$$

Satz von Rice

Definition

Eine Sprache $L \subseteq \mathrm{KodTM}$ heißt semantisch nichttriviales Entscheidungsproblem über Turingmaschinen, falls folgende Bedingungen gelten:

1. es gibt eine TM M_1, so dass $\mathrm{Kod}(M1) \in L$ (daher $L \neq \emptyset$)
2. es gibt eine TM M_2, so dass $\mathrm{Kod}(M2) \notin L$ (daher $L \neq \mathrm{KodTM}$)
3. für zwei Turingmaschinen A und B impliziert $L(A) = L(B)$

$$\mathrm{Kod}(A) \in L \Longleftrightarrow \mathrm{Kod}(B) \in L$$

Satz von Rice

Theorem (Satz von Rice)

Jedes semantisch nichttriviale Entscheidungsproblem über Turingmaschinen ist unentscheidbar.

Rekursiv (aufzählbare) Sprachen

Aufgabe

Sind die folgenden Sprachen rekursiv? Beweise deine Antwort.

- $L_1 = \{\mathrm{Kod}(M) \mid L(M) \text{ ist rekursiv}\}$
- $L_2 = \{\mathrm{Kod}(M) \mid L(M) \text{ ist rekursiv aufzählbar}\}$
- $L_3 = \begin{cases} \{0\} & \text{falls der Realteil jeder nichttrivialen Nullstelle} \\ & \quad \text{der Riemannschen Zetafunktion } 1/2 \text{ ist} \\ \{1\} & \text{anonsten} \end{cases}$

Rekursive Sprachen

Aufgabe

Wenn L_1, L_2 rekursive Sprachen sind, welche der folgenden Sprachen sind dann ebenfalls rekursiv?

- $L_1^{\complement}$
- $L_1 \cup L_2$
- $L_1 \cap L_2$
- $L_1 - L_2$
- $L_1 \cdot L_2$
- L_1^*

Rekursive Sprachen

Aufgabe

Wenn L_1, L_2 rekursive Sprachen sind, welche der folgenden Sprachen sind dann ebenfalls rekursiv?

- $L_1^{\complement}$ Wahr
- $L_1 \cup L_2$ Wahr
- $L_1 \cap L_2$ Wahr
- $L_1 - L_2$ Wahr
- $L_1 \cdot L_2$ Wahr
- L_1^* Wahr

Rekursiv aufzählbare Sprachen

Aufgabe

Wenn L_1, L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen sind, welche der folgenden Sprachen sind dann ebenfalls rekursiv aufzählbar?

- $L_1^{\complement}$
- $L_1 \cup L_2$
- $L_1 \cap L_2$
- $L_1 - L_2$
- $L_1 \cdot L_2$
- L_1^*

Rekursiv aufzählbare Sprachen

Aufgabe

Wenn L_1, L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen sind, welche der folgenden Sprachen sind dann ebenfalls rekursiv aufzählbar?

- $L_1^{\complement}$ Falsch
- $L_1 \cup L_2$ Wahr
- $L_1 \cap L_2$ Wahr
- $L_1 - L_2$ Falsch
- $L_1 \cdot L_2$ Wahr
- L_1^* Wahr