Theoretische Informatik – Übung Gruppe 4

Roman Langrehr

Nicht-Regularität

Lemma (3.3)

Sei A ein endlicher Automat und $x, y \in \Sigma^*$, $x \neq y$, so dass

$$(q_0, x) \mathrel{\vdash^{*}_{A}} (p, \lambda) \quad \textit{and} \quad (q_0, y) \mathrel{\vdash^{*}_{A}} (p, \lambda)$$

dann gilt für alle $z \in \Sigma^*$

$$xz \in L \iff yz \in L\,.$$

Nicht-Regularität

Lemma (Pumping-Lemma für reguläre Sprachen)

Sei L eine reguläre Sprache. Dann existiert ein $n_0 \in \mathbb{N}_+$, so dass sich jedes Wort $w \in \Sigma^*$ mit $|w| \geq n_0$ schreiben lässt als $w = yxz$ mit

1. $|yx| \leq n_0$,
2. $|x| \geq 1$ *und*
3. *entweder* $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \in L$ *oder* $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \notin L$

Verwendung:

Die Pumping-Lemma Bedingung ist *nicht* erfüllt. $\Longrightarrow$ L ist nicht regulär.

Nicht-Regularität

Theorem

Sei $L \subseteq \{0,1\}^*$ eine reguläre Sprache. Sei $L_x = \{y \in \{0,1\}^* \mid xy \in L\}$. Dann existiert eine Konstante c, so dass für alle $x, y \in \{0,1\}^*$

$$K(y) \leq \lceil \log_2(n+1) \rceil + c$$

falls y das n-te Wort in L_x ist.

Nicht-Regularität

Aufgabe

Zeige, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

1. $\{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}_0, n \leq m\}$
2. $\{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

(Nicht-)Regularität

Aufgabe

Gebe einen Algorithmus an der

1. gegeben ein endlicher Automat M, prüft ob $L(M) = \emptyset$.
2. gegeben ein endlicher Automat M, prüft ob $L(M)$ endlich oder unendlich groß ist.
3. gegeben zwei endliche Automaten M_1 und M_2, prüft ob $L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset$.
4. gegeben zwei endliche Automaten M_1 und M_2, prüft ob $L(M_1) = L(M_2)$.

Nichtdeterministische endliche Automaten

NEAs sind definiert wie DEAs, bis auf die Übergangsfunktion δ:

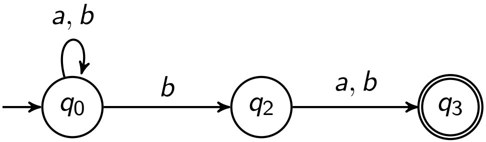
DEA:

$\delta : Q \times \Sigma \to Q$

NEA:

$\delta : Q \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$

D.h. für ein Zeichen kann es auch mehrere oder garkeinen Übergang geben. Ein NEA akzeptiert ein Wort w, wenn eine akzeptierende Berechnung *existiert*.



Aufgabe

Welche Sprache akzeptiert dieser NEA?

Aufgabe

Entwerfe einen NEA, der die Sprache
$L := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält } aabaabb \text{ als Teilwort}\}$ akzeptiert.

Varianten Nichtdeterministischer endlicher Automaten

λ-NEAs: NEA bei dem auch Übergänge ohne ein Zeichen zu lesen erlaubt sind ($\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \to \mathcal{P}(Q)$).

Aufgabe

1. Gebe ein Verfahren an, mit dem man jeden beliebigen λ-NEA in einen äquivalenten NEA umwandeln kann.
2. Wende das Verfahren auf folgenden NEA an: