Theoretische Informatik – Übung Gruppe 3

Roman Langrehr

Grammatiken

Definition

Eine Grammatik heißt regulär (oder Typ-3), wenn sie nur Produktionen der Form $X \to w$ oder $X \to wY$ mit $X, Y \in \Sigma_N$ und $w \in \Sigma_T^*$.

$w = \lambda$ ist erlaubt.

Definition

Eine Grammatik heißt kontextfrei (oder Typ-2), wenn die linke Seite aller Produktionsregeln nur aus einem Nichtterminal besteht.

Reguläre Grammatiken sind ein Spezialfall von kontextfreien Grammatiken.

Aufgabe 33

Sei L eine reguläre Sprache und sei $G = (\Sigma_N, \Sigma_T, P, S)$ eine normierte reguläre Grammatik für L. Konstruieren Sie aus G eine kontextfreie Grammatik G' für die Sprache

$$L' = \{vwv^R \mid v, w \in L\}$$

und begründen Sie informell die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

Definition

Eine Grammatik heißt normiert regulär, wenn sie nur Produktionen der Form $X \to a$ oder $X \to aY$ mit $X, Y \in \Sigma_N$ und $w \in \Sigma_T$ und ggf. $S \to \lambda$.

Aufgabe 34

Entwerfen Sie eine allgemeine Grammatik für die Sprache

$$L = \{0^n 1^n 2^n \mid n \in \mathbb{N}_0\},$$

begründen Sie kurz Ihren Entwurf und geben Sie eine Ableitung des Wortes 000111222 in Ihrer Grammatik an.

Kontextfreie Grammatiken

Theorem (Pumping-Lemma für Kontextfreie Grammatiken)

Für jede kontextfreie Sprache L existiert eine (von L abhängige Konstante) n, so dass für alle Wörter $z \in L$ mit $|z| \geq n$ eine Zerlegung $z = uvwxy$ von z existiert, so dass

(i) $|vx| \geq 1$,

(ii) $|vwx| \leq n$ *und*

(iii) $\{uv^iwx^iy | i \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L$

Kontextfreie Grammatiken

Aufgabe

Beweise mit dem Pumping-Lemma, dass die Sprache

$$L = \{0^n 1^n 2^n \mid n \in \mathbb{N}_0\},$$

nicht kontextfrei ist.