Theoretische Informatik – Übung Gruppe 3

Roman Langrehr

Aufgabe 13b

Verwenden Sie das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen um zu zeigen, dass folgende Sprachen nicht regulär sind.

(b) $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 \neq |w|_1\}$

Pumping Lemma

Lemma (Pumping-Lemma für reguläre Sprachen)

Sei L eine reguläre Sprache. Dann existiert ein $n_0 \in \mathbb{N}_+$, so dass sich jedes Wort $w \in \Sigma^*$ mit $|w| \geq n_0$ schreiben lässt als $w = yxz$ mit

1. $|yx| \leq n_0$,
2. $|x| \geq 1$ *und*
3. *entweder* $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \in L$ *oder* $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \notin L$

Verwendung:

Die Pumping-Lemma Bedingung ist *nicht* erfüllt. $\implies$ L ist nicht regulär.

Pumping Lemma

Pumping-Lemma Bedingung:

$\exists n_0 \in \mathbb{N}_+$

$\forall w \in \Sigma^*$ mit $|w| \geq n_0$

$\exists y, x, z$ mit $w = yxz$

so dass

1. $|yx| \leq n_0$,
2. $|x| \geq 1$ *und*
3. entweder $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \in L$ oder $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \notin L$

gilt.

Negierte Pumping-Lemma Bedingung:

$\forall n_0 \in \mathbb{N}_+$

$\exists w \in \Sigma^*$ mit $|w| \geq n_0$

$\forall y, x, z$ mit $w = yxz$

so dass

1. $|yx| \leq n_0$,
2. $|x| \geq 1$ *oder*
3. entweder $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \in L$ oder $\forall k \in \mathbb{N}_0 : yx^k z \notin L$

nicht gilt.

Aufgabe 14a

Verwenden Sie die Methode der Kolmogorov-Komplexität, um zu zeigen, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{0^{\binom{2n}{n}} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

Kolmogorov-Komplexität & Reguläre Sprachen

Theorem

Sei $L \subseteq \{0,1\}^*$ *eine reguläre Sprache. Sei* $L_x = \{y \in \{0,1\}^* \mid xy \in L\}$*. Dann existiert eine Konstante* c*, so dass für alle* $x, y \in \{0,1\}^*$

$$K(y) \leq \lceil \log_2(n+1) \rceil + c$$

falls y *das* n*-te Wort in* L_x *ist.*

Kolmogorov-Komplexität & Reguläre Sprachen

Aufgabe

Beweise mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

1. $L_1 = \{0^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
2. $L_2 = \{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}_0, n \leq m\}$
3. $(L_3 = \{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}_0, n \geq m\})$