19) a)

$L_H^c \notin \mathcal{L}_{RE}$ $L_H^c = \{ M\#w \mid M(w) \text{ hält nicht} \}$

Gegenannahme:

$L_H^c \in \mathcal{L}_{RE} \Leftrightarrow \exists \text{TM } M_H^c$

$M_H^c(M\#w) = 1 \Leftrightarrow M(w)$ hält nicht

$\quad$ " $\neq 1 \Leftrightarrow M(w)$ hält

$L_H \in \mathcal{L}_{RE} \Leftrightarrow \exists \text{TM } M_H : L(M_H) = L_H$

$M_H(M\#w) = 1 \Leftrightarrow M(w)$ hält

$M_H(M\#w) \neq 1 \not\Leftrightarrow M(w)$ hält nicht

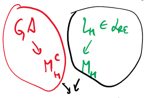
$\exists$ Algo S : $S(M\#w)$ emuliert $M_H(M\#w)$ und $M_H^c(M\#w)$ parallel

wenn $M_H(M\#w) = 1$ dann $S(M\#w) = 1$

wenn $M_H^c(M\#w) = 1$ dann $S(M\#w) = 0$

[Argument S terminiert immer]

$L_H = L(S) \Rightarrow L_H \in \mathcal{L}_R$ ↯ $L_H \notin \mathcal{L}_R$

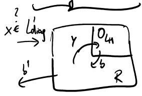


$L_H \in \mathcal{L}_R$ ↯

---

19) b)

$\underbrace{L'_{diag} \leq_R L_H}$: $L'_{diag} = \{ w \mid \exists i \in \mathbb{N} : w = w_{2i} \wedge M_i(w) \neq 1 \}$



Gegeben: w

Falls $\exists i \in \mathbb{N} : w = w_{2i+1}$

$\Rightarrow w \notin L'_{dig}$

$R(w)$:

1. Finde i s.d. $w = w_i$, falls $i \equiv_2 1$, return 0
2. $b \leftarrow O_{L_H}(M_i\#w)$

   Falls $b = 0$, return 1

   Falls $b = 1$, $b^* \leftarrow M_i(w)$, return $1 - b^*$

$w \in L'_{dig} \Leftrightarrow \ldots\ldots \; R(w) = 1$

$w \notin L'_{dig} \Rightarrow \ldots\ldots \; R(w) = 0$

---

20) a) $L_{uu,\lambda} = \{ M_1\#M_2 \mid M_1(\lambda) = M_2(\lambda) = 1 \}$

$L_H \leq_{EE} L_{uu,\lambda}$

$\underline{f : x \mapsto f(x)}$:

Falls $\underbrace{x \neq M\#w}_{\Rightarrow x \notin L_H}$, return $\underbrace{\overline{M}\#\overline{M} \text{ alt. } \lambda}_{\Rightarrow f(x) \notin L_{uu\lambda}}$

$x = M\#w$

$f(x) = M^w \# M^w$ // M^w hat w hardcoded und simuliert $M(w)$ und gibt 1 aus

↑ Konst

↓ Argumentation

$x = M\#w \in L_H \Rightarrow M^w(s \in \Sigma^*) = 1 \underset{f(x)=}{\Rightarrow} M^w\#M^w \in L_{uu,\lambda}$

$M\#w \notin L_H \Rightarrow M^w(\lambda) \neq 1 \underset{f(x)=}{\Rightarrow} M^w\#M^w \notin L_{uu,\lambda}$

$\Rightarrow M(w)$ hält nicht

---

26) b)

$L_u^c \leq_{EE} L_{diag}$ $L_u^c = \{ M\#w \mid M(w) \neq 1 \}$

$L_{dig} = \{ w \mid w = w_i \wedge M_i(w) \neq 1 \}$

$\underline{f(x)}$:

1. Syntaxcheck:
2. $x = M\#w$

   $f(x) = w_j$ s.d. $M_j = M'$ wobei M' die Eingabe ignoriert und dann $M(w)$

$x = M\#w \in L_u^c \Leftrightarrow M(w) \neq 1 \Leftrightarrow M_j(s \in \Sigma^*) \neq 1$

$\Leftrightarrow M_j(w_j) \neq 1 \Leftrightarrow w_j \in L_{diag}$

---

22) a) $L_{all} = \{ M \mid L(M) = \Sigma^* \}$

$L_H^c \leq_{EE} L_{all}$

Gegeben M: $\exists x \in \Sigma^* : \overbrace{M(x) \neq 1}^{\text{terminiert nicht oder 0}} \Leftrightarrow x \notin L(M)$

$\Rightarrow L(M) \neq \Sigma^*$

$\underline{f(x)}$:

1. Syntaxcheck
2. $x = M\#w$

$x \in L_H^c \Rightarrow \ldots \Rightarrow \ldots \Rightarrow \underbrace{f(x)}_{=M'} \in L_{all}$