Blatt 3:

A7: Sei $n \in \mathbb{N}$.
Z.z. mind. Hälfte aller Wörter mit
Länge $\leq n$ sind zufällig.

Def: Zufällig : $K(w) \geq |w|$

$$\#W_{\leq n} = \sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$$

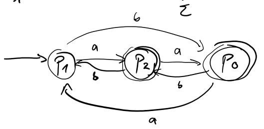
$$\#P_{klein} \overset{(*)}{\geq} \#W_{\leq n}/2 = 2^n - \tfrac{1}{2}$$

$$|P_w| \lneq |w| \leq n \Rightarrow |P_w| \leq n-1$$

$$\#P_{klein} = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

$$\overset{(*)}{\Rightarrow} 2^n - 1 \geq 2^n - \tfrac{1}{2} \quad ↯$$

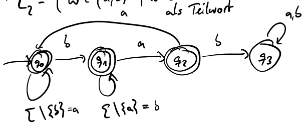
A8) a)
$$L_1 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \underbrace{(|w|_a + 2|w|_b + 1)}_{\Sigma} \neq 1 \ (3) \}$$



$$Kl[p_i] = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \Sigma = i \}$$

---

b) $L_2 = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w$ enthält nicht bab als Teilwort $\}$

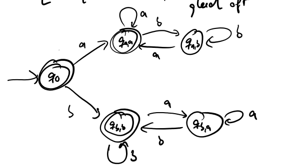


Notation $A \setminus B$
$\equiv A - B$

$$Kl[q_3] = \Sigma^* \setminus L_2$$
$$Kl[q_2] = \{ x\,ba \mid x \in \Sigma^* \} \cap L_2$$
$$Kl[q_1] = \{ x\,b \mid x \in \Sigma^* \} \cap L_2$$
$$Kl[q_0] = L_2 \setminus (Kl[q_1] \cup K[q_2])$$

Sei A und B zwei Mengen aus Universum U.
$$A \setminus B := \{ a \in A \mid a \notin B \} = A - B$$

A9) a)
$$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält } \overset{c_1}{ab} \text{ und } \overset{c_2}{ba} \text{ gleich oft} \}$$



Blatt 4: A12 Satz 3.1:

Z.z. $L = \{ 0^{f(n)} \mid n \in \mathbb{N} \}$ ist nicht-regulär

---

Recipe:
1. Gegenannahme → Satz 3.1
2. Finde geeignete Präfixe $(x_m \rightsquigarrow L_{x_m})$ $\forall m \in \mathbb{N}_+$
3. "Kleine" Suffixe y_m (n-te Wort in L_{x_m} für n klein)
   $\Rightarrow K(y_m) \leq \lceil \log_2(n+1) \rceil + c$ // konst für konst n
4. Viele (∞) x_m s.d. zugehörig y_m kleine Komplexität haben

Gegenbeispiel: $L_{reg} = 0^+ = \{ 0^n \mid n \in \mathbb{N}_+ \}$

Hinweis: y_m müssen unterschiedlich sein.

---

12) b) Pumping-Lemma: 3.4

Recipe:
1. Gegenannahme $\Rightarrow L$ sei regulär
2. $\exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall w \underset{\in \Sigma^*}{:} |w| \geq n_0 \ \exists y,x,z : w = yxz$
   i) $|yx| \leq n_0$
   ii) $|x| \geq 1$
   iii) $(\forall k \in \mathbb{N} : yx^kz \in L) \vee (\forall k \in \mathbb{N} : yx^kz \notin L)$

   Finde geeignetes $w = yxz$
3. $\overset{PL}{\Rightarrow} yx^{k'}z \in L$ für jedes $k' \in \mathbb{N}$
4. $yx^{k'}z \notin L$ ↯